

Zbigniew Lonc

**Wstęp do algorytmicznej  
teorii grafów**

**Zbigniew Lonc**

Wydział Matematyki i Nauk Informatycznych  
Politechnika Warszawska

Redaktor merytoryczny: **Stanisław Janeczko**

Skład redakcji: **Małgorzata Zielińska, Anna Żubrowska**

Projekt graficzny i skład okładki: **Emilia Bojańczyk**

© Copyright by Centrum Studiów Zaawansowanych Politechniki Warszawskiej,  
Warszawa 2010

Informacje o innych wydawnictwach tej serii dostępne pod adresem [www.csz.pw.edu.pl](http://www.csz.pw.edu.pl)

ISBN: 978-83-61993-01-8 Wydrukowano w Polsce

# Spis treści

---

Przedmowa.....	1
1. Grafy.....	3
2. Notacja $O$ i podobne .....	11
3. Algorytmy.....	14
4. Reprezentacje grafów .....	18
5. Przeszukiwanie grafu w głąb i wszcz .....	23
6. Wyznaczanie silnie spójnych składowych grafu skierowanego.....	29
7. Drzewa rozpinające w grafach .....	36
8. Ścieżki Eulera.....	44
9. Problem najkrótszej ścieżki w grafie .....	55
10. Przepływy w sieciach.....	62
11. Systemy różnych reprezentantów i skojarzenia .....	75
12. Klasa problemów <b>NP</b> .....	84
13. Dobre charakteryzacje i twierdzenia minimaksowe.....	89
14. Co zrobić z problemami <b>NP</b> -trudnymi?.....	93
15. Cykle Hamiltona i problem komiwojażera .....	105
Literatura.....	117
Indeks .....	119

# Przedmowa

---

Książka ta powstała na podstawie wykładu zatytułowanego *Wstęp do algorytmicznej teorii grafów*, który od trzech lat prowadzę w ramach Centrum Studiów Zaawansowanych na Politechnice Warszawskiej. Wykład ten przeznaczony jest głównie dla doktorantów różnych kierunków tej uczelni. Taki dobór słuchaczy niesie za sobą pewne wyzwanie. Przygotowanie merytoryczne uczestników tego wykładu jest bowiem bardzo zróżnicowane. Niektórzy z nich wysłuchali na studiach inżynierskich lub magisterskich wykładów, czasem dość zaawansowanych, dotyczących teorii grafów i teorii algorytmów. Inni zetknęli się wcześniej z tą tematyką w minimalnym zakresie. Konsekwencją tej sytuacji jest to, że w niniejszej książce zaczynamy od całkowicie podstawowych koncepcji zarówno teorii grafów, jak i teorii algorytmów. Nie zakładamy, że czytelnik ma już jakąś wiedzę na te tematy. Aby jednak również bardziej zaawansowany czytelnik znalazł w tej książce coś ciekawego dla siebie, staramy się, przynajmniej w niektórych rozdziałach, wyjść poza standardowe zagadnienia i wejść nieco głębiej w rozważane tematy (na ogół bez uciążliwych szczegółów).

W książce tej omówione są podstawowe koncepcje wybranych działów teorii grafów. Czytelnik znajdzie tu też wiele, uważanych za klasyczne, twierdzeń tej teorii wraz z ich dowodami. Główny nacisk położony jest jednak na algorytmy pozwalające konstruować „obiekty grafowe” o żądanych, najczęściej w jakimś sensie optymalnych, własnościach. Nie poprzestajemy jednak na podaniu samych algorytmów i pokazaniu na przykładach jak działają, ale również szczegółowo je analizujemy. Podajemy rygorystyczne w matematycznym sensie dowody ich poprawności, a także badamy ich złożoność obliczeniową, która jest miarą szybkości ich działania. W przypadku algorytmów aproksymacyjnych badamy jak bardzo konstruowane rozwiązania różnią się od optymalnych. Takie podejście wymaga omówienia podstawowych pojęć teorii algorytmów, której poświęconych jest kilka rozdziałów tej książki.

Chciałbym podziękować prof. dr hab. Stanisławowi Janeczko za inicjatywę napisania tej książki, mgr. Michałowi Tuczyńskiemu za wnikliwe krytyczne



prze czytanie rękopisu oraz dr. Konstantemu Junoszy-Szaniawskiemu i mgr. Pawłowi Rzążewskiemu za uwagi, które pozwoliły istotnie ulepszyć tekst tej książki.

Warszawa, lipiec 2010

Zbigniew Lonc

